پاسخ مسائل تکمیلی فصل ۵

پاسخ ۱) با توجه به قانون اسنل خواهیم داشت:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

از طرفی می‌دانیم: $D = |\theta_1 - \theta_2|$

اگر $n_2 > n_1$ باشد، آن‌گاه: $D = \theta_1 - \theta_2$، بنابراین:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin(\theta_1 - D)$$

اگر $n_2 < n_1$ باشد، آن‌گاه: $D = \theta_2 - \theta_1$، بنابراین:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin(\theta_1 + D)$$

در نتیجه به‌طور کلی خواهیم داشت:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin(\theta_1 \pm D)$$

پاسخ ۲) **الف)** درست. هرچه محیط دوم نسبت به محیط اول رقیق‌تر باشد، ضریب شکست محیط دوم نسبت به محیط اول بیش‌تر شده و زاویه‌ی انحراف بیش‌تر می‌شود.

ب) نادرست. با استفاده از رابطه‌ی عمق واقعی و ظاهری می‌توان نوشت:

$$h' = \frac{h}{n} \Rightarrow \Delta h = h - h' = h - \frac{h}{n}$$

n ثابت است، بنابراین هرچه عمق بیش‌تر باشد، جابه‌جایی نیز بیش‌تر است.

پ) نادرست. زیرا $n = \frac{c}{v}$ است.

ت) نادرست. هرچه تفاوت سرعت نور در دو محیط بیش‌تر باشد، ضریب شکست دو محیط نسبت به هم افزایش یافته و زاویه‌ی انحراف بیش‌تر می‌شود.

ث) درست. زیرا هوای مجاور سطح زمین گرم‌تر و رقیق‌تر است.

ج) درست.

چ) نادرست. ضریب شکست منشور برای رنگ‌های بنفش، نیلی، آبی، سبز، زرد، نارنجی و قرمز به ترتیب کاهش می‌یابد. یعنی بنفش بیش‌ترین و قرمز کم‌ترین انحراف را دارد.

ح) نادرست. پرتو نوری که به مرکز نوری عدسی می‌تابد، بدون انحراف و در همان راستا از عدسی می‌گذرد.

خ) نادرست. در عدسی همگرا لبه‌ها از قسمت میانی باریک‌ترند.

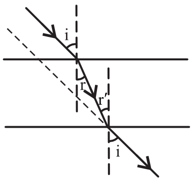
د) نادرست. هرگاه دسته پرتو همگرا به عدسی همگرا بتابد، همگراتر می‌شود.

ذ) نادرست. در عدسی‌ها تصویر مجازی در طرف جسم تشکیل می‌شود.

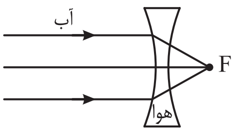
ر) نادرست. ضریب شکست عدسی برای نور آبی بیش‌تر از ضریب شکست عدسی برای نور قرمز است به همین دلیل نور آبی بیش‌تر شکسته و منحرف می‌شود. فاصله‌ی کانونی عدسی برای نور آبی کم‌تر و توان عدسی برای نور آبی بیش‌تر است.

ز) درست.

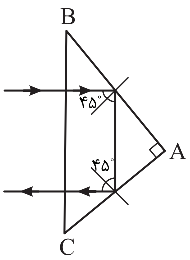
ژ) درست.



پاسخ ۳) در یک تیغه‌ی تخت شفاف همواره زاویه‌ی ورود به تیغه با زاویه‌ی خروج از تیغه برابر است. $(i = i' = i'')$ البته محیط در دو سوی تیغه باید یکسان باشد.

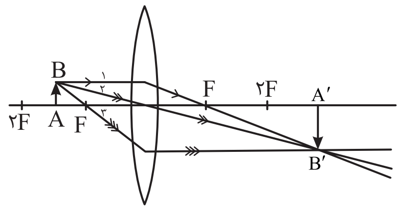


پاسخ ۴) باید شکل ظرف را به صورت یک عدسی واگرا دربیاورد زیرا عدسی واگرا در محیط غلیظ‌تر از خودش شبیه عدسی همگرا رفتار می‌کند.



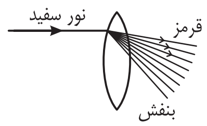
پاسخ ۵) پرتو عمود بر وجه BC تابیده است پس بدون انحراف وارد منشور می‌شود. زاویه‌ی تابش بر وجه AB، ۴۵° بوده و روی وجه AB بازتاب کلی رخ می‌دهد. همین پدیده روی وجه AC رخ می‌دهد و سرانجام پرتو به‌طور عمود از وجه BC خارج شده یعنی پرتو ۱۸۰° از مسیرش منحرف می‌شود.

پاسخ ٦) نور از عدسی می‌گذرد اما از سطح آینه بازتاب می‌کند. یعنی نور را می‌توان از هر دو طرف عدسی بر آن تاباند، اما در مورد آینه نور را تنها از یک سمت می‌توان بر آن تاباند.



پاسخ ۷) به شکل روبه‌رو دقت کنید. اگر نیمه‌ی بالایی عدسی پوشانده شود، کاملاً مشخص است که پرتوهایی که از جسم بر سطح نیمه‌ی پایینی می‌تابند و از آن می‌گذرند، می‌توانند تصویر را ایجاد کنند و برعکس. بنابراین تصویر واضح با روشنایی کم‌تر ایجاد می‌شود. دلیل کم‌تر بودن روشنایی این است که نیمی از پرتوهایی که به تصویر می‌رسند حذف شده اند.

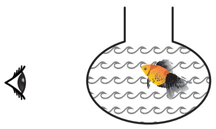
پاسخ ۸) زاویه‌ی شکست در محدوده‌ی صفر تا زاویه‌ی حد تغییر می‌کند.



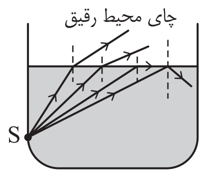
پاسخ ۹) قطعاً در عدسی‌ها و تیغه‌ی تخت نیز مانند منشور پاشیدگی نور رخ می‌دهد. زیرا ضریب شکست محیط برای نور قرمز کم‌ترین مقدار و برای نور بنفش بیش‌ترین مقدار است که سبب می‌گردد نور قرمز کم‌تر و نور بنفش بیش‌تر منحرف شود. اما به دلیل نازکی عدسی‌ها و همچنین تیغه‌ی تخت امتداد پرتوهای خروجی چنان به هم نزدیک است که چشم این پاشیدگی را تشخیص نمی‌دهد.

پاسخ ۱۰) محیط در دو طرف عدسی یکسان نبوده و ضریب شکست در دو طرف عدسی برابر نیست.

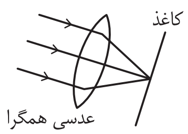
پاسخ ۱۱) الماس از شیشه غلیظ‌تر بوده و ضریب شکست الماس بیش‌تر و زاویه‌ی حد آن کم‌تر است به همین علت وقتی پرتو نور وارد الماس می‌شود احتمال بازتاب کلی به دفعات بیش‌تر از درون شیشه است والماس درخشنده‌تر به نظر می‌رسد.



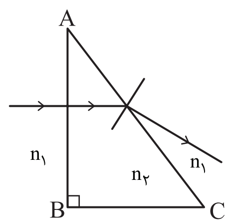
پاسخ ۱۲) علت آن است که تنگ آب شبیه عدسی همگرا عمل کرده وقتی ماهی در سمت دیگر بوده و شما به آن می‌نگرید، تصویر مجازی ماهی را بزرگ‌تر از خود آن خواهید دید.



پاسخ ۱۳) اگر پرتو با زاویه‌ی تابش کم‌تر از زاویه‌ی حد به مرز دو محیط بتابد، از محلول آب و شکر وارد چای می‌شود. اگر با زاویه‌ی حد بتابد مماس بر مرز دو محیط از استکان خارج می‌شود و اگر زاویه‌ی تابش بر سطح جدایی از زاویه‌ی حد بزرگ‌تر باشد، بازتاب کلی رخ می‌دهد.



پاسخ ۱۴) در عدسی همگرا، لبه‌های عدسی از قسمت میانی آن نازک‌تر است و در عدسی واگرا، لبه‌های عدسی از قسمت میانی آن ضخیم‌تر است.
اگر نتوان از ظاهر عدسی‌ها، آن‌ها را از هم تشخیص داد، می‌توان آن‌ها را در مقابل نور خورشید گرفت. هرکدام باعث ایجاد یک لکه‌ی روشن شد، عدسی همگراست.



پاسخ ۱۵) در شکل، پرتو مماس بر وجه AC از منشور خارج شده است. یعنی زاویه‌ی تابش بر سطح AC برابر زاویه‌ی حد منشور نسبت به هوا بوده است. هنگامی که منشور را وارد آب می‌کنیم و همان پرتو را به آن می‌تابانیم چون محیط اطراف منشور آب است و ضریب شکست منشور نسبت به آب کم‌تر از ضریب شکست منشور نسبت به هوا است، زاویه‌ی حد منشور نسبت به آب از زاویه‌ی حد منشور نسبت به هوا بیش‌تر بوده و زاویه‌ی تابش $i<i'_c$ می‌شود و پرتو از وجه AC خارج می‌گردد.

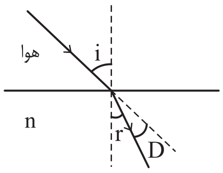
$$\sin i_c=\frac{n_۱}{n_۲}\Rightarrow \sin i_c=\frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{منشور}}}$$

$$\sin i'_c=\frac{n_{\text{آب}}}{n_{\text{منشور}}}>\frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{منشور}}}=\sin i_c\Rightarrow i'_c>i_c=i$$

پاسخ ۱۶) با توجه به رابطه‌ی اسنل داریم:

$$n_۱\sin\theta_۱=n_۲\sin\theta_۲\Rightarrow\sqrt{۳}\sin ۴۵^\circ=n\sin(۴۵^\circ+۱۵^\circ)=\sqrt{۳}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=n\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow n=\sqrt{۲}$$

پاسخ ۱۷) با توجه به فرض مسأله:



$$D=\frac{1}{2}r$$

از طرفی زاویه‌ی انحراف هنگام ورود نور از محیط رقیق به غلیظ برابر است با:

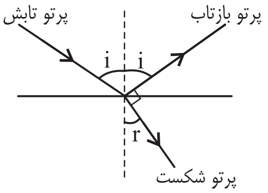
$$D=i-r$$

$$\frac{1}{2}r=45^\circ-r \qquad \frac{3}{2}r=45^\circ \Rightarrow r=30^\circ$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی اسنل داریم:

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow n=\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}\Rightarrow n=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}\Rightarrow n=\sqrt{2}$$

پاسخ ۱۸) می‌دانیم وقتی دو زاویه متمم هم باشند $(\alpha+\beta=90^\circ)$، سینوس یکی از آن‌ها با کسینوس زاویه‌ی دیگر برابر است $(\sin\alpha=\cos\beta)$.



با توجه به شکل:

$$i+90^\circ+r=180^\circ\Rightarrow i+r=90^\circ\Rightarrow \sin r=\cos i$$

اکنون به کمک رابطه‌ی اسنل، n را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\xrightarrow{\sin r=\cos i} n=\frac{\sin i}{\cos i}\Rightarrow n=\tan i$$

پاسخ ۱۹) زاویه‌ی حد محیط شفاف A نسبت به هوا را به‌دست می‌آوریم:

$$\sin i_c=\frac{1}{n}\Rightarrow \sin i_{c_A}=\frac{3}{5}\Rightarrow i_{c_A}=37^\circ$$

زاویه‌ی حد محیط شفاف B نسبت به هوا برابر است با:

$$i_{c_B}=37^\circ-7^\circ=30^\circ$$

ضریب شکست محیط B نسبت به هوا برابر خواهد شد با:

$$\sin i_{c_B}=\frac{1}{n_B}\Rightarrow \sin 30^\circ=\frac{1}{n_B}\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{n_B}\Rightarrow n_B=2$$

بنابراین ضریب شکست محیط B به اندازه‌ی $2-\frac{5}{3}=\frac{1}{3}\simeq 33\%$ باید از محیط A بیش‌تر باشد.

پاسخ ۲۰) ابتدا عمق ظاهری را به‌دست می‌آوریم:

$$h'=\frac{h}{n}\Rightarrow h'=\frac{80}{\frac{4}{3}}\Rightarrow h'=60\,cm$$

بنابراین بیننده سکه را در فاصله‌ی $60+20=80$ سانتی‌متری از چشم خود می‌بیند.

پاسخ ۲۱) عمق ظاهری ظرف A را به‌دست می‌آوریم:

$$h'_A=\frac{h_A}{n_A}\Rightarrow h'_A=\frac{24}{\frac{4}{3}}\Rightarrow h'_A=18\,cm$$

عمق ظاهری ظرف B، طبق فرض مسأله برابر است با:

$$h_B=18-2=16\,cm$$

بنابراین ضریب شکست مایع B برابر خواهد شد با:

$$h'_B=\frac{h_B}{n_B}\Rightarrow ۱۶=\frac{۲۴}{n_B}\Rightarrow n_B=۱/۵$$

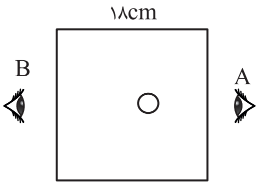
پاسخ ۲۲) عمق ظاهری ظرف A را به‌دست می‌آوریم:

$$h'_A=\frac{h_A}{n_A}\Rightarrow h'_A=\frac{۳۲}{۱/۶}\Rightarrow h'_A=۲۰\,cm$$

عمق ظاهری هر دو یکی است ($h'_B=h'_A=۲۰\,cm$)، بنابراین:

$$h'_B=\frac{h_B}{n_B}\Rightarrow ۲۰=\frac{h_B}{۱/۵}\Rightarrow h_B=۳۰\,cm$$

پاسخ ۲۳) عمق ظاهری حباب از دید ناظر A برابر $۴\,cm$ است.



$$h'_A=\frac{h_A}{n}\Rightarrow h_A=nh'_A\Rightarrow h_A=۴n\,cm$$

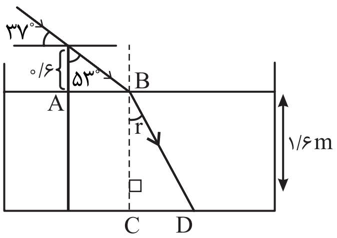
عمق ظاهری حباب از دید ناظر B برابر $۸\,cm$ است:

$$h'_B=\frac{h_B}{n}\Rightarrow h_B=nh'_B\Rightarrow h_B=۸n\,cm$$

با توجه به شکل:

$$h_A+h_B=۱۸\Rightarrow ۴n+۸n=۱۸\Rightarrow n=\frac{۱۸}{۱۲}\Rightarrow n=۱/۵$$

پاسخ ۲۴) ابتدا طول سایه‌ی قسمت خارجی میله را به‌دست می‌آوریم:



$$\tan ۵۳^\circ=\frac{AB}{۰/۶}\Rightarrow AB=۰/۶\times\frac{۴}{۳}=۰/۸\,m$$

اکنون زاویه‌ی ورود پرتو به درون آب را حساب می‌کنیم:

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow \frac{۴}{۳}=\frac{۰/۸}{\sin r}\Rightarrow \sin r=۰/۶\Rightarrow r=۳۷^\circ$$

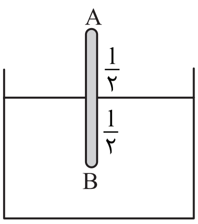
در مثلث BCD، طول CD را حساب می‌کنیم.

$$\tan r=\frac{CD}{BC}\Rightarrow \tan ۳۷^\circ=\frac{CD}{۱/۶}\Rightarrow CD=۱/۶\times\frac{۳}{۴}=۱/۲\,m$$

بنابراین طول سایه برابر خواهد شد با:

$$۰/۸+۱/۲=۲\,m$$

پاسخ ۲۵) ناظر درون مایع، طول قســمت بیرون از آب میله را بزرگ‌تر می‌بیند و طول قســمت درون آب میله را همان $\frac{l}{۲}$ می‌بیند:



طول میله از دید ناظر درون آب: $A'B=\frac{l}{۲}+n(\frac{l}{۲})=(n+۱)\frac{l}{۲}$

ناظر بیرون مایع، طول قسمت درون آب را کوتاه‌تر می‌بیند:

طول میله از دید ناظر بیرون آب: $AB'=\frac{\frac{l}{۲}}{n}+\frac{l}{۲}=\frac{\frac{l}{۲}(n+۱)}{n}$

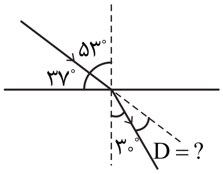
$$\frac{A'B}{AB'}=\frac{(n+۱)\frac{l}{۲}}{\frac{(n+۱)\frac{l}{۲}}{n}}=n\Rightarrow \frac{A'B}{AB'}=\sqrt{۲}$$

پاسخ ۲۶) جابه‌جایی ظاهری سکه توسط شیشه و مایع را به‌دست آورده سپس با هم جمع می‌کنیم:

$$\Delta h_t=\Delta h_۱+\Delta h_۲=h_۱(۱-\frac{۱}{n_۱})+h_۲(۱-\frac{۱}{n_۲})$$

$$\Delta h_t=۳(۱-\frac{۲}{۳})+۱۵(۱-\frac{۳}{۴})=۳\times\frac{۱}{۳}+۱۵\times\frac{۱}{۴}$$

$$\Delta h_t=۱+۳/۷۵\Rightarrow\Delta h_t=۴/۷۵\,cm$$



پاسخ ۲۷ ابتدا ضریب شکست محیط دوم نسبت به محیط اول را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{v_۱}{v_۲}\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۲\times۱۰^۸}{\frac{۵}{۴}\times۱۰^۸}\Rightarrow\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۸}{۵}$$

به کمک رابطه‌ی اسنل زاویه‌ی شکست را حساب می‌کنیم:

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow\frac{۸}{۵}=\frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin r}\Rightarrow\sin r=۰/۵\Rightarrow r=۳۰^\circ$$

زاویه‌ی انحراف خواهد شد:

$$D=i-r=۵۳^\circ-۳۰^\circ=۲۳^\circ$$

پاسخ ۲۸ با توجه به رابطه‌ی ضریب شکست و سرعت نور داریم:

$$v_{\text{آب}}=\frac{c}{n_{\text{آب}}}\Rightarrow v_{\text{آب}}=\frac{۳\times۱۰^۸}{\frac{۴}{۳}}\Rightarrow v_{\text{آب}}=۲/۲۵\times۱۰^۸\,\frac{m}{s}$$

با توجه به فرض مسأله سرعت نور در شیشه برابر است با:

$$v_{\text{شیشه}}=v_{\text{آب}}-۲/۵\times۱۰^۷\Rightarrow v_{\text{شیشه}}=۲/۲۵\times۱۰^۸-۰/۲۵\times۱۰^۸\Rightarrow v_{\text{شیشه}}=۲\times۱۰^۸\,\frac{m}{s}$$

ضریب شکست شیشه برابر است با:

$$n_{\text{شیشه}}=\frac{c}{v_{\text{شیشه}}}\Rightarrow n_{\text{شیشه}}=\frac{۳\times۱۰^۸}{۲\times۱۰^۸}\Rightarrow n_{\text{شیشه}}=\frac{۳}{۲}$$

پاسخ ۲۹ رابطه‌ی زاویه‌ی حد را نوشته و مسأله را حل می‌کنیم:

$$\sin i'_c=\frac{n_۲}{n_۱}\Rightarrow\sin ۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{n_۱}\Rightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{n_۱}\Rightarrow n_۱=۲$$

اکنون زاویه‌ی حد محیط $n_۱$ را نسبت به هوا به‌دست می‌آوریم:

$$\sin i_c=\frac{۱}{n}\Rightarrow\sin i_c=\frac{۱}{۲}\Rightarrow i_c=۳۰^\circ$$

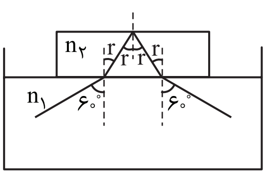
پاسخ ۳۰ با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}=\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\sin ۳۷^\circ}{۱}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{۳}{۵}\qquad(۱)$$

$$\frac{v_۴}{v_۱}=\frac{n_۱}{n_۴}=\frac{\sin\theta_۴}{\sin\theta_۱}\Rightarrow\frac{v_۴}{v_۱}=\frac{\sin ۵۳^\circ}{۱}\Rightarrow\frac{v_۴}{v_۱}=\frac{۴}{۵}\qquad(۲)$$

حال رابطه‌ی (۲) را بر رابطه‌ی (۱) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{v_۴}{v_۱}}{\frac{v_۲}{v_۱}}=\frac{\frac{۴}{۵}}{\frac{۳}{۵}}\Rightarrow\frac{v_۴}{v_۲}=\frac{۴}{۳}$$



پاسخ ۳۱ ابتدا زاویه‌ی شکست ورودی از آب به تیغه‌ی شیشه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

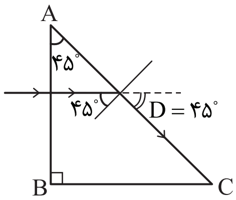
$$n_۱\sin i=n_۲\sin r$$

$$\frac{۴}{۳}\times\sin ۶۰^\circ=\frac{۳}{۲}\sin r\Rightarrow\sin r=\frac{۴\sqrt{۳}}{۹}$$

زاویه‌ی حد شیشه نسبت به هوا را حساب می‌کنیم:

$$\sin i_c=\frac{۱}{n}\Rightarrow \sin i_c=\frac{۱}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۲}{۳}$$

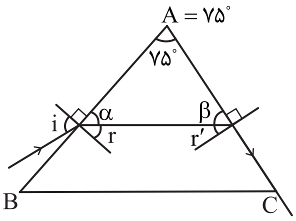
کسر $\frac{۴\sqrt{۳}}{۹}$ از کسر $\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}$ بزرگ‌تر است. بنابراین $r>i_c$ است و پرتو روی مرز شیشه و هوا بازتاب کلی می‌کند و با زاویه‌ی ۶۰° مطابق شکل از شیشه وارد آب می‌شود.



پاسخ ۳۲ پرتو بر وجه AB عمود می‌تابد و بدون انحراف وارد منشور می‌شود و با زاویه‌ی تابش ۴۵° بر وجه AC می‌تابد. زاویه‌ی حد منشور برابر است با:

$$\sin i_c=\frac{۱}{n}\Rightarrow \sin i_c=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow i_c=۴۵^\circ$$

بنابراین زاویه‌ی تابش بر وجه AC با زاویه‌ی حد منشور برابر است و پرتو مماس بر وجه AC خارج می‌شود و پرتو نور ۴۵° از راستای خود منحرف می‌شود.



پاسخ ۳۳ برای آن‌که پرتو از وجه مقابل خارج شــود، باید زاویه‌ی تابش بر وجه AC یعنی r' از زاویه‌ی حد کوچک‌تر و یا با آن مساوی باشد:

$$\sin i_c=\frac{۱}{n}\Rightarrow \sin i_c=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow i_c=۴۵^\circ\Rightarrow r'\le ۴۵^\circ \qquad (۱)$$

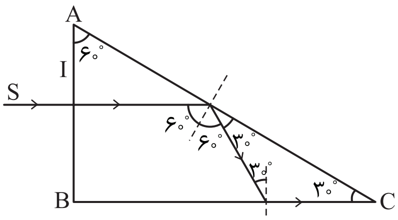
با توجه به شکل:

$$\begin{cases}\alpha+r=۹۰^\circ\\ \beta+r'=۹۰^\circ\\ \alpha+\beta+A=۱۸۰^\circ\end{cases}\Rightarrow r+r'=A\Rightarrow r+r'=۷۵^\circ \qquad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که: $r\ge ۳۰^\circ$

به کمک رابطه‌ی اسنل، مقدار i را به‌دست می‌آوریم:

$$n=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow \sqrt{۲}\le\frac{\sin i}{\sin ۳۰^\circ}\Rightarrow \sin i\ge\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow i\ge ۴۵^\circ$$



پاسخ ۳۴ ابتدا زاویه‌ی حد منشور را به‌دست می‌آوریم:

$$\sin i_c=\frac{۱}{n}\Rightarrow \sin i_c=\frac{۱}{۲}\Rightarrow i_c=۳۰^\circ$$

مطابق شــکل پرتو بر وجه AB عمود تابیده بدون انحراف وارد منشــور می‌شود و بر سطح AC با زاویــه‌ی ۶۰° می‌تابد که از زاویه‌ی حد منشــور بیش‌تر بــوده بنابراین روی وجه AC بازتاب کلی می‌کند و بر سطح BC با زاویه‌ی ۳۰° می‌تابد:

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{\sin i}{\sin r}\Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{\sin ۳۰^\circ}{\sin r}\Rightarrow \sin r=۱\Rightarrow r=۹۰^\circ$$

پرتو مماس بر وجه BC از منشور خارج می‌شود.

پاسخ ۳۵ تصویر مستقیم بنابراین مجازی است. ابتدا به کمک معادله‌ی عدسی‌ها، فاصله‌ی کانونی عدسی را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{q}{p}=\frac{A'B'}{AB}\Rightarrow \frac{|q|}{۱۵}=۲\Rightarrow |q|=۳۰\,cm$$

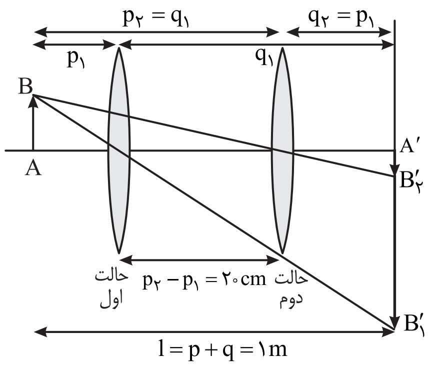
$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow \frac{۱}{۱۵}-\frac{۱}{۳۰}=\frac{۱}{f}\Rightarrow \frac{۲-۱}{۳۰}=\frac{۱}{f}\Rightarrow f=۳۰\,cm$$

در حالت دوم فاصله‌ی جسم از عدسی برابر $۱۵-۳=۱۲cm$ است.

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow \frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{۳۰}\Rightarrow \frac{۲-۵}{۶۰}=\frac{۱}{q}\Rightarrow |q|=۲۰\,cm$$

$$m=\frac{|q|}{p}\Rightarrow m=\frac{۲۰}{۱۲}=\frac{۵}{۳}$$

پاسخ ۳۶) **راه حل اول:** از روی شکل می‌توان نوشت:



$p_2 = q_1 \ , \ q_2 = p_1$

بنابراین: $p_1 + q_1 = 1 \Rightarrow p_1 + p_2 = 100$ (۱)

با توجه به شکل $p_2 - p_1 = 20$ (۲)

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 100 \\ p_2 - p_1 = 20 \end{cases}$$

$$2p_2 = 120 \Rightarrow p_2 = 60\ cm \Rightarrow p_1 = 40cm \ , q_1 = 60\ cm$$

با توجه به معادله‌ی اصلی عدسی‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = 24\ cm$$

راه حل دوم: استفاده از رابطه‌ی $\Delta p = \sqrt{l^2 - 4lf}$ است(رابطه‌ی تفاضل دو ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم):

$$20 = \sqrt{100^2 - 4 \times 100 \times f} \Rightarrow 400 = 10000 - 400f$$

$$1 = 25 - f \Rightarrow f = 24\ cm$$

پاسخ ۳۷) در حالت اول تصویر مستقیم و بنابراین مجازی است. طبق فرض مسأله و رابطه‌ی عدسی‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{|q|}{p} = 2 \Rightarrow |q| = 2\,p$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{2p} = \frac{1}{20} \Rightarrow p = 10cm$$

در حالت دوم تصویر وارونه و حقیقی است. بنابراین:

$$\frac{q'}{p'} = 2 \Rightarrow q' = 2p'$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{2p} = \frac{1}{20} \Rightarrow p' = 30cm$$

در حالت اول جسم در فاصله‌ی کانونی است، اما برای آن‌که تصویر حقیقی ایجاد شود، جسم باید در فاصله‌ی کانونی باشد، بنابراین جسم را $20cm$ از عدسی دور می‌کنیم.

پاسخ ۳۸) برای آن‌که بزرگنمایی وارون حالت اول شود باید جسم به محل تصویر حقیقی‌اش منتقل شود:

$$p_2 = q_1 \Rightarrow q_2 = p_1$$

$$\begin{cases} m_1 = \dfrac{q_1}{p_1} \\ m_2 = \dfrac{q_2}{p_2} = \dfrac{p_1}{q_1} \end{cases} \Rightarrow m_1 = \frac{1}{m_2}$$

محل تصویر را در حالت اول که همان محل جدید جسم است به‌دست آوریم.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{3f} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{3-1}{3f} \Rightarrow q = \frac{3f}{2}$$

بنابراین جسم باید از $3f$ به $\frac{3f}{2}$ منتقل شود.

پاسخ ۳۹) وقتی که جسم به محل تصویر حقیقی‌اش برده می‌شود، تصویر حقیقی آن به محل جسم منتقل می‌شود.

با توجه به مسأله طول تصویر در حالت دوم $\frac{1}{4}$ طول تصویر در حالت اول است.

$$\frac{(A'B')_۲}{(A'B')_۱}=\frac{\frac{(A'B')_۲}{AB}}{\frac{(A'B')_۱}{AB}}=\frac{\frac{q_۲}{p_۲}}{\frac{q_۱}{p_۱}}=\frac{\frac{p_۱}{q_۱}}{\frac{q_۱}{p_۱}}\Rightarrow\frac{\frac{۱}{m_۱}}{m_۱}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\frac{۱}{m_۱^۲}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow m_۱=۲$$

از طرفی بنا بر فرض مسأله $p_۱+q_۱=۹۰$، بنابراین:

$$\begin{cases}p_۱+q_۱=۹۰\,cm\\ m_۱=۲\Rightarrow q_۱=۲p_۱\end{cases}\Rightarrow ۲p_۱+p_۱=۹۰\,cm\Rightarrow p_۱=۳۰\,cm\,,\,q_۱=۶۰\,cm$$

$$\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{q_۱}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۶۰}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۲+۱}{۶۰}=\frac{۱}{f}\Rightarrow f=۲۰\,cm$$

پاسخ ۴۰) پس از نزدیک شدن جسم به اندازه‌ی f به عدسی، طول تصویر برابر طول جسم شده است و تصویر نیز $\frac{f}{۲}$ از عدسی دور شده است.
یعنی جسم روی $۲f$ قرار گرفته و تصویر نیز روی $۲f$ قرار گرفته است. بنابراین جسم در ابتدا در فاصله‌ی $۳f$ از عدسی قرار داشته است:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۳f}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳-۱}{۳f}\Rightarrow f=۸\,cm$$

پاسخ ۴۱) تصویر مستقیم و مجازی و طول آن از طول جسم کوچک‌تر است. بنابراین عدسی واگرا است:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{p}-\frac{۱}{\frac{۳}{۴}p}=-\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۳-۴}{۳p}=-\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۳p}=\frac{۱}{f}\Rightarrow p=\frac{۱}{۳}f$$

پاسخ ۴۲) توان عدسی مثبت ، از این رو عدسی همگرا است:

$$D=\frac{۱}{f}\Rightarrow ۴=\frac{۱}{f}\Rightarrow f=\frac{۱}{۴}m$$

فاصله‌ی جسم از تصویر برابر یک متر است. بنابراین:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{p}+\frac{۱}{۱-p}=۴\Rightarrow\frac{۱-\cancel{p}+\cancel{p}}{p-p^۲}=۴$$

$$۴p^۲-۴p+۱=۰\Rightarrow(۲p-۱)^۲=۰\Rightarrow ۲p-۱=۰\Rightarrow p=۰/۵\,m$$

پاسخ ۴۳) توان عدسی منفی بنابراین عدسی واگرا است. ابتدا فاصله‌ی کانونی عدسی را به‌دست می‌آوریم:

$$D=\frac{۱}{f}\Rightarrow -۲/۵=\frac{۱}{f}\Rightarrow f=-\frac{۱}{۲/۵}=-۰/۴\,m\Rightarrow f=-۴۰\,cm$$

در حالت اول:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{p_۱}-\frac{۱}{\frac{p_۱}{۶}}=\frac{-۱}{۴۰}\Rightarrow\frac{-۵}{p_۱}=\frac{-۱}{۴۰}\Rightarrow p_۱=۲۰۰\,cm$$

در حالت دوم:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{p_۲}-\frac{۱}{\frac{p_۲}{۲}}=\frac{-۱}{۴۰}\Rightarrow\frac{-۱}{p_۲}=\frac{-۱}{۴۰}\Rightarrow p_۲=۴۰\,cm$$

جابه‌جایی عدسی برابر خواهد شد با:

$$p_۱-p_۲=۲۰۰-۴۰=۱۶۰\,cm\Rightarrow\Delta p=۱/۶\,m$$

چشم باید ۱/۶ متر به عدسی نزدیک شود.

پاسخ ۴۴) کم‌ترین فاصله‌ی بین جسم و تصویر حقیقی در عدسی همگرا برابر $۴f$ است:

$$۴f=۸۰\Rightarrow f=۲۰\,cm\Rightarrow D=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۰/۲}=+۵d$$

دقت کنید در عدسی واگرا کم‌ترین فاصله‌ی بین جسم و تصویر وقتی است که جسم به سطح عدسی واگرا بچسبد. در این حالت تصویر آن نیز به عدسی می‌چسبد و اگر ضخامت عدسی ناچیز باشد، کم‌ترین فاصله‌ی تصویر از جسم تقریباً صفر می‌شود.

پاسخ ۴۵) قدر مطلق توان دو عدسی برابر است. بنابراین فاصله‌ی کانونی هر دو یکسان است.
عدسی همگرا: در عدسی همگرا وقتی جسم روی $۲f$ است، تصویر آن نیز روی $۲f$ بوده و بزرگ‌نمایی ۱ است.
عدسی واگرا:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۲f}-\frac{۱}{|q|}=\frac{-۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{|q|}=\frac{۳}{۲f}\Rightarrow|q|=\frac{۲f}{۳}$$

و بزرگ‌نمایی خواهد شد:

$$m=\frac{|q|}{p}=\frac{\frac{۲f}{۳}}{۲f}=\frac{۱}{۳}$$

می‌توان از رابطه‌ی زیر نیز بزرگ‌نمایی عدسی را به دست آورد:

$$p=\frac{۱-m}{m}f\Rightarrow۲f=\frac{۱-m}{m}f\Rightarrow۲m=۱-m\Rightarrow m=\frac{۱}{۳}$$

بنابراین بزرگ‌نمایی عدسی واگرا $\frac{\frac{۱}{۳}}{۱}=\frac{۱}{۳}$ برابر بزرگ‌نمایی عدسی همگرا است.

پاسخ ۴۶) در حالت اول:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\xrightarrow{q_۱=۲p_۱}\frac{۱}{p_۱}+\frac{۱}{۲p_۱}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۳}{۲p_۱}=\frac{۱}{f}\Rightarrow p_۱=\frac{۳}{۲}f\ ,\ q_۱=۳f$$

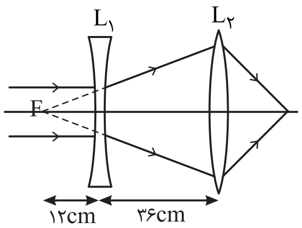
در حالت دوم:

$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\xrightarrow{q_۲=۳p_۲}\frac{۱}{p_۲}+\frac{۱}{۳p_۲}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۳+۱}{۳p_۲}=\frac{۱}{f}\Rightarrow p_۲=\frac{۴}{۳}f\ ,\ q_۲=۴f$$

بنابراین خواهیم داشت:

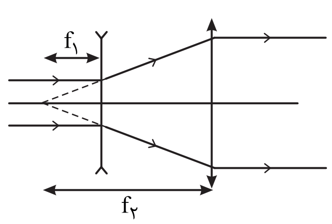
$$\frac{|\Delta p|}{|\Delta q|}=\frac{(\frac{۳}{۲}-\frac{۴}{۳})f}{(۴-۳)f}=\frac{\frac{۹-۸}{۶}}{f}=\frac{۱}{۶}$$

پاسخ ۴۷) پرتوها موازی به عدسی واگرا می‌رسند و پس از عبور از عدسی واگرا امتداد آن‌ها از کانون عدسی واگرا می‌گذرد. در این صورت مانند این است که پرتوها از فاصله‌ی $۱۲+۳۶=۴۸\,cm$ به عدسی همگرا رسیده‌اند و محل تصویر در عدسی همگرا خواهد شد:



$$\frac{۱}{p}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۴۸}+\frac{۱}{q}=\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{q}=\frac{۴-۱}{۴۸}\Rightarrow q=۱۶\,cm$$

پاسخ ۴۸) هرگاه دو عدسی واگرا و همگرا به موازات هم قرار داشته باشند و یک دسته پرتو به یکی از آن‌ها بتابد و موازی از عدسی دیگر خارج شود فاصله‌ی دو عدسی از هم برابر $|f_۲-f_۱|$:



$$D_۱=\frac{۱}{f_۱}\Rightarrow-۱۰=\frac{۱}{f_۱}\Rightarrow f_۱=-۰/۱m=-۱۰\,cm$$

$$D_۲=\frac{۱}{f_۲}\Rightarrow۴=\frac{۱}{f_۲}\Rightarrow f_۲=\frac{۱}{۴}m=۲۵\,cm$$

فاصله‌ی دو عدسی $=|f_۱-f_۲|=|۲۵-۱۰|=۱۵\,cm$

پاسخ ۴۹) در میکروسکوپ فاصله‌ی کانونی عدسی شیئی از فاصله‌ی کانونی عدسی چشمی کوچک‌تر است از این رو $f_o=۱\,cm$ و $f_e=۴\,cm$ است.
محل تصویر عدسی شیئی را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{p_o}+\frac{۱}{q_o}=\frac{۱}{f_o}\Rightarrow\frac{۱}{۱/۱}+\frac{۱}{q_o}=\frac{۱}{۱}\Rightarrow\frac{۱}{q_o}=\frac{۱/۱-۱}{۱/۱}\Rightarrow q_o=۱۱\,cm$$

فاصله‌ی دو عدسی از هم ۱۴ سانتی‌متر است.

$$p_e = ۱۴ - ۱۱ = ۳\, cm$$

$$\frac{۱}{p_e} + \frac{۱}{q_e} = \frac{۱}{f_e} \Rightarrow \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{q_e} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{q_e} = \frac{۳-۴}{۱۲} \Rightarrow q_e = -۱۲\, cm$$

بزرگ‌نمایی کل برابر است با:

$$m_t = m_o m_e = \frac{q_o}{p_o} \times \frac{q_e}{p_e} = \frac{۱۱}{۱/۱} \times \frac{۱۲}{۳} = ۱۰ \times ۴ = ۴۰$$

پاسخ ۵۰) فاصله‌ی دو عدسی دوربین نجومی از هم برابر مجموع فاصله‌های کانونی دو عدسی است.

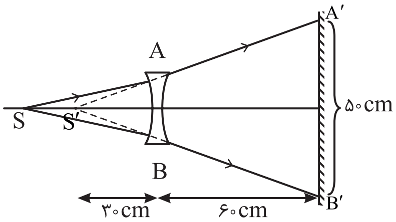
$$L_o L_e = f_o + f_e = \frac{۱}{D_o} + \frac{۱}{D_e} \Rightarrow L_o L_e = \frac{D_o + D_e}{D_o D_e}$$

پاسخ ۵۱) فاصله‌ی کانونی عدسی را به‌دست می‌آوریم:

$$D = \frac{۱}{f} \Rightarrow -۵ = \frac{۱}{f} \Rightarrow f = \frac{-۱}{۵}\, m = -۲۰\, cm$$

محل تصویر نقطه‌ی نورانی را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{۶۰} - \frac{۱}{|q|} = -\frac{۱}{۶۰} \Rightarrow |q| = ۳۰\, cm$$



مثلث‌های $S'AB$ و مثلث $S'A'B'$ متشابهند:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{۶۰+۳۰}{۳۰} \Rightarrow \frac{۵۰}{AB} = \frac{۹۰}{۳۰} \Rightarrow AB = \frac{۵۰}{۳}\, cm$$

پاسخ ۵۲) تصویر واضح خورشید روی کانون عدسی همگرا تشکیل می‌شود.

$$D = \frac{۱}{f} \Rightarrow ۵ = \frac{۱}{f} \Rightarrow f = \frac{۱}{۵} = ۲۰\, cm$$

بنابراین تصویر واضح خورشید در ۲۰ سانتی‌متری عدسی همگرا تشکیل می‌شود.